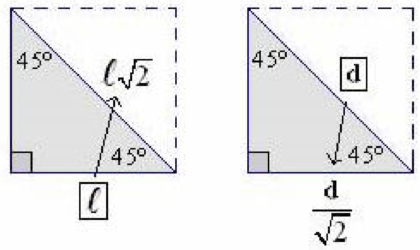
Funzioni goniometriche di angoli particolari

Ripasso formule su triangoli rettangoli con angoli di 45° 30°, 60°.

In un TRIANGOLO RETTANGOLO CON GLI ANGOLI ACUTI DI 45°
(che può essere visto come la metà di un quadrato):

- **L'IPOTENUSA E' UGUALE AL CATETO MOLTIPLICATO $\sqrt{2}$**
- **IL CATETO E' UGUALE ALL'IPOTENUSA DIVISO $\sqrt{2}$**



Ricordiamo che

$\sqrt{2} = 1.414213... \approx 1.4$

L'espressione $\frac{d}{\sqrt{2}}$ *viene di norma "razionalizzata":*

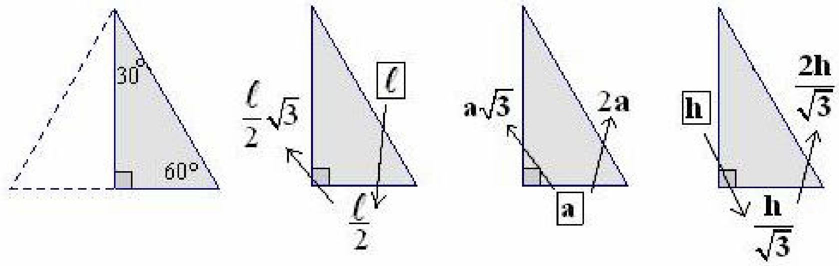
$$\boxed{\frac{d}{\sqrt{2}}} = \frac{d}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \boxed{\frac{d\sqrt{2}}{2}}$$

Scrivendo $\frac{d}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{d\sqrt{2}}{2}$

noi *non abbiamo alterato il valore* dell'espressione di partenza $d/\sqrt{2}$, perché l'abbiamo moltiplicata per 1 ! L'abbiamo invece "razionalizzata", cioè *ci siamo liberati della radice a denominatore*, ritenuta per varie ragioni fastidiosa.

In un TRIANGOLO RETTANGOLO CON GLI ANGOLI ACUTI DI 30° e 60°
(che può essere visto come la metà di un triangolo equilatero):

- **IL CATETO MINORE E' META' DELL'IPOTENUSA**
  e quindi l'ipotenusa è il doppio del cateto minore
- **IL CATETO MAGGIORE E' UGUALE AL MINORE MOLTIPLICATO $\sqrt{3}$** e quindi:
  il cateto maggiore è uguale a metà ipotenusa moltiplicato $\sqrt{3}$
  mentre il cateto minore è uguale al cateto maggiore diviso $\sqrt{3}$)



Ricordiamo che

$\sqrt{3} = 1.73205... \approx 1.7$

$$\boxed{\frac{h}{\sqrt{3}}} = \frac{h}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \boxed{\frac{h\sqrt{3}}{3}}$$

Calcolo delle funzioni goniometriche di angoli particolari

ESEMPIO 1. Consideriamo un triangolo rettangolo con un angolo di 45°, quindi rettangolo e isoscele; esso è sempre la metà di un quadrato. Qualunque siano le misure dei lati (fig. 3.3), i loro rapporti sono facilmente calcolabili:

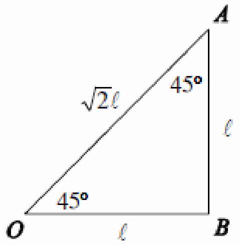


fig. 3.3

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin 45^\circ$$

$$\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos 45^\circ$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OB}} = 1 = \tan 45^\circ$$

ESEMPIO 2. Consideriamo un triangolo rettangolo con un angolo di 30° (quindi l'altro di 60°); esso è sempre la metà di un triangolo equilatero. Detta ℓ la lunghezza dell'ipotenusa, sarà $\ell/2$ il cateto minore, e $(\sqrt{3}/2)\ell$ il cateto maggiore (per il teorema di Pitagora) (fig. 3.4).

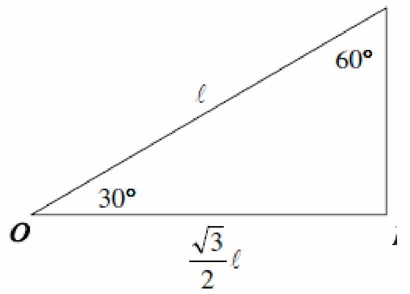


fig.3.4

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ \qquad \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ$$

$$\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ \quad \text{e anche} \quad \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OB}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan 30^\circ \qquad \frac{\overline{OB}}{\overline{AB}} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$$

Siti

http://www.chihapauradellamatematica.org/Volume3/

http://www.dti.unimi.it/citrini/libro/trigonometria.pdf