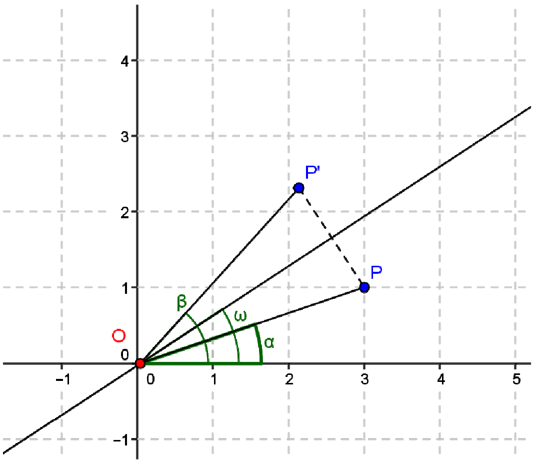
Simmetria assiale rispetto alla retta *y=mx*



Le coordinate del punto P possono essere scritte utilizzando *r* e α

P=(x;y) =*(r cosα ; r senα)* con *r* =OP=O'P'

si costruisce il simmetrico P', la sue coordinate sono

P'=(x';y') =*(r cosβ ; r senβ) =(r cos[ω +(ω -α)] ; r sen[ω +(ω -α)])*

= *(r cos[2ω -α] ; r sen[2ω-α])=*

= *(r (cos2ω* cosα+ *sen2ω* senα*) ; r (sen2ω* cosα- *cos2ω* senα*))*

e , sostituendo ***r cosα*** *con **x** e* ***r senα*** con **y** si ottiene *P'=(cos2ω* x + *sen2ω* y *; sen2ω* x - *cos2ω* y*)*

quindi l'equazione della trasformazione è

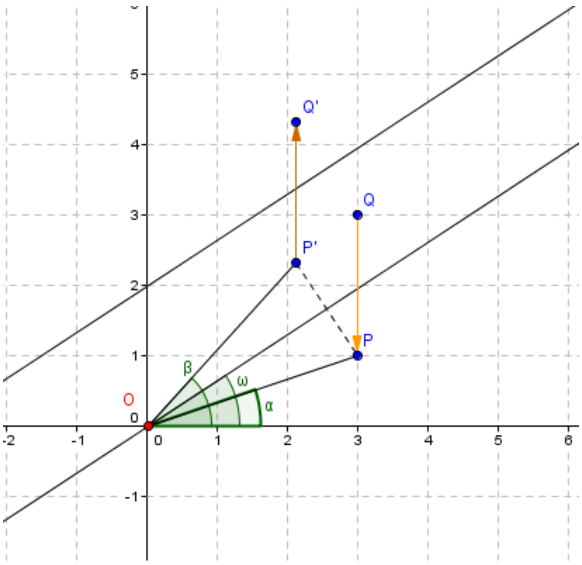
$$\begin{cases} x' = x\cos 2\omega + y sen 2\omega \\ y' = x sen 2\omega - y\cos 2\omega \end{cases}$$

Il coefficiente angolare *m* dell'asse di simmetria è uguale a *m=tan ω* = $\tan\frac{2\omega}{2}$

Ricordando le formule parametriche, con *tan ω* = $\tan\frac{2\omega}{2}$, si ha

$\cos 2\omega = \frac{1-m^2}{1+m^2}$ $\qquad sen 2\omega = \frac{2m}{1+m^2}$ e l'equazione della trasformazione diventa

$$\begin{cases} x' = \frac{1-m^2}{1+m^2}x + \frac{2m}{1+m^2}y \\ y' = \frac{2m}{1+m^2}x - \frac{1-m^2}{1+m^2}y \end{cases}$$



Se la simmetria assiale è fatta rispetto ad una retta y= mx +q si fa una composizione di trasformazioni:
prima una traslazione di vettore (0;-q), poi la simmetria assiale rispetto alla retta y=mx e infine una traslazione di vettore(0;+q) , cioè il punto (x;y) viene trasformato in

→ (x;y-q) mediante la prima traslazione

$$\rightarrow \left(\frac{1-m^2}{1+m^2}x + \frac{2m}{1+m^2}(y-q) ; \frac{2m}{1+m^2}x - \frac{1-m^2}{1+m^2}(y-q) \right)$$
mediante la simmetria assiale

$$\rightarrow \left(\frac{1-m^2}{1+m^2}x + \frac{2m}{1+m^2}(y-q) ; \frac{2m}{1+m^2}x - \frac{1-m^2}{1+m^2}(y-q) + q \right)$$
mediante la seconda traslazione

quindi la simmetria assiale rispetto alla retta $y=mx+q$ ha equazione $\begin{cases} x'=\dfrac{1-m^2}{1+m^2}x+\dfrac{2m}{1+m^2}y-\dfrac{2m}{1+m^2}q \\ y'=\dfrac{2m}{1+m^2}x-\dfrac{1-m^2}{1+m^2}y+\dfrac{2}{1+m^2}q \end{cases}$

Oppure una simmetria assiale si può scrivere

$\begin{cases} x'=x\cos 2\omega+ysen2\omega+a \\ y'=xsen2\omega-y\cos 2\omega+b \end{cases}$ con $a=-\dfrac{2m}{1+m^2}q$ e $b=+\dfrac{2}{1+m^2}q$

e in questa forma, data una affinità, è facile riconosce se è una simmetria assiale .