INTEGRALI

Primitive di un funzione

Tipo	soluzione	esempio	Risoluzione esempio
$\int f^n \cdot f' =$		$\int \cos^2 x \cdot senx\, dx =$	
$\int \frac{f'}{f} =$		$\int tgx\, dx =$	
$\int \frac{f'}{1+f^2} =$		$\int \frac{x^3}{1+x^6} dx =$	
$\int \sin(f) \cdot f' =$		$\int \sin(3x^3) \cdot x^2 dx =$	
$\int \cos(f) \cdot f' =$		$\int \cos(\ln x) \cdot \frac{1}{x} dx =$	
$\int \frac{f'}{\cos^2(f)} =$		$\int \frac{1}{\cos^2(3x)} dx =$	
$\int (1+tg^2(f)) \cdot f' =$		$\int (1+tg^2(\sqrt{x})) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} dx =$	
$\int \frac{f'}{sen^2(f)} =$		$\int \frac{1}{x \cdot sen^2(\ln x)} dx =$	
$\int (1+\cot g^2(f)) \cdot f' =$		$\int (1+\cot g^2(x^2)) \cdot x =$	
$\int e^f \cdot f' =$		$\int e^{sen\, 2x} \cdot 2\cos x\, dx =$	
$\int \frac{f'}{\sqrt{1-f^2}} =$		$\int \frac{3}{\sqrt{1-(2x-1)^2}} dx =$	

Metodi

Tipo	**Procedimento**	**Esempi**	**Soluzioni**
scomposizione	$\int f+g=\int f+\int g$	$\int x^3+\sqrt{x}\,dx=$	
Costante moltiplicativa	$\int k\cdot f=k\cdot\int f$ Con *k* costante	$\int 5x^3\,dx=$	
Funzioni razionali fratte con denominatore di primo grado $\int\frac{N}{D}$	1)Se il numeratore è di grado maggiore o uguale al grado del denominatore si fa la divisione N: D e si ottiene un integrale del tipo $\int P+\frac{k}{ax+b}=$ Con P polinomio e *k* costante e si prosegue come qui sotto	$\int\frac{2x^2-x+1}{2x+1}dx=$	
	2)Se N è di grado minore del grado di D allora è del tipo $\int\frac{k}{ax+b}=$ e ci si riporta al tipo $\int\frac{f'}{f}$	$\int\frac{3}{2x+1}dx=$	
Funzioni razionali fratte con denominatore di secondo grado $\int\frac{N}{D}$	1)Se N è di grado maggiore o uguale al grado di D si fa la divisione N:D e si ottiene un integrale del tipo $\int P+\frac{ax+b}{D}=$ Con P polinomio e D polinomio di secondo grado e si prosegue come qui sotto		
	Se $\Delta_D>0$ si scompone il denominatore in due fattori di primo grado P_1 P_2 e si scrive la frazione $\frac{N}{D}=\frac{a}{P_1}+\frac{b}{P_2}$ con a e b costanti da determinare. Si procede poi applicando il procedimento del denominatore di primo grado.	$\int\frac{3x-4}{(2x-1)\cdot(x+2)}dx$	
	Se $\Delta_D=0$ si scrive il denominatore come quadrato di un binomio, e si scrive la frazione $\frac{N}{D}=\frac{a}{(cx-e)}+\frac{b}{(cx-e)^2}$ con a e b costanti da determinare. Si procede poi applicando $\int\frac{f'}{f}=$ e $\int f^n\cdot f'=$	$\int\frac{3x-4}{2x^2+4x+2}dx=$	
	Se $\Delta_D<0$ si scrive il numeratore come la derivata del denominatore più una costante $\int\frac{N}{D}=k\int\frac{D'+h}{D}=k\left[\int\frac{D'}{D}+\int\frac{h}{D}\right]$ Il primo integrale è del tipo $\int\frac{f'}{f}=$ Per il secondo si riporta il denominatore alla forma $D=f^2+1$ e si applica il metodo $\int\frac{f'}{1+f^2}=$	$\int\frac{3x-4}{2x^2+4}dx=$	
Funzioni razionali fratte con denominatore di grado maggiore di 2 $\int\frac{N}{D}$	1)Se il numeratore è di grado maggiore o uguale al grado del denominatore si fa la divisione N:D e si ottiene un integrale del tipo $\int P+\frac{N'}{D}=$ Con P polinomio e si prosegue come qui sotto		
	Si scompone in fattori D scrivendolo come prodotto di fattori di primo grado o loro potenze e fattori di secondo grado irriducibili (Δ<0) o loro potenze, e si decompone la frazione in somma di frazioni “più semplici” $\frac{N}{D}=\frac{a_1}{cx+e}+\frac{a_2}{(cx+e)^2}+\cdots+\frac{a_n}{(cx+e)^n}+\frac{bx+d}{pol\sec grado}+\cdots$ I numeratori vanno trovati e poi si integra utilizzando i metodi precedenti	$\int\frac{3x-4}{(x-1)^2(x^2+6)}dx$	
Integrazione per sostituzione	$\int f(x)dx=\int f(g(x))g'(t)dt$	$\int x\cdot\sqrt{x+3}\,dx=$	
Integrazione per parti	$\int f\cdot g=\left(\int f\right)g-\int\left(\int f\right)\cdot g'$	$\int x\cdot\ln x\,dx=$	