Scheda: ripasso dei limiti

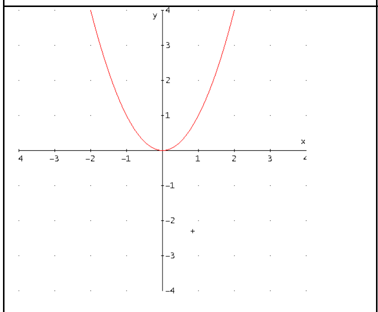
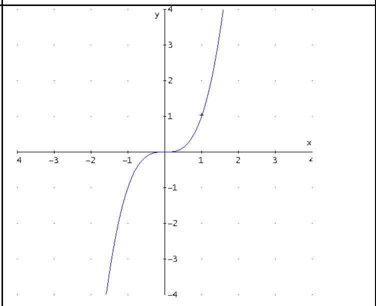
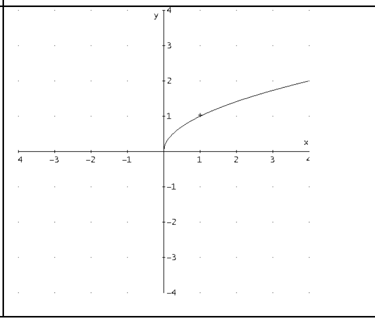
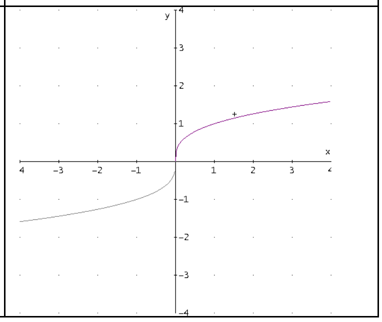
Limiti di funzioni razionali o irrazionali

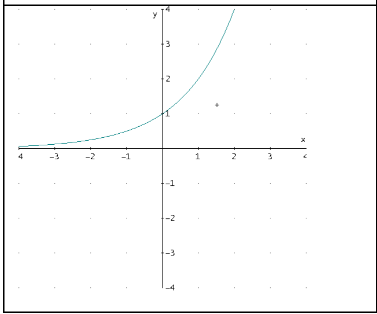
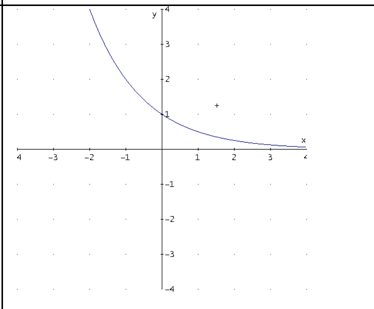
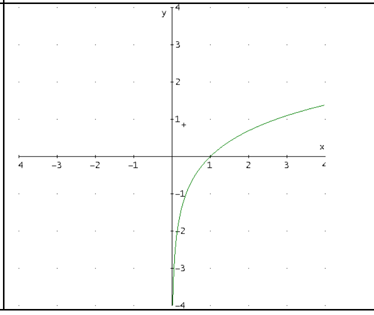
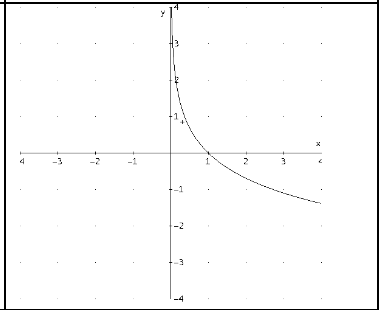
Tipo di funzione	**Valore a cui tende la variabile**	**esempio**	**Strategia risolutiva**
Razionale intera	numero	$\lim_{x\to -2} 3x^2 - x + 1$	Si sostituisce il valore a cui tende la x nella funzione
Razionale intera	infinito	$\lim_{x\to -\infty} 3x^3 - x + 1$	Il limite è uguale al limite del monomio di grado massimo
Razionale fratta	numero	$\lim_{x\to -2} \frac{x-1}{2x+1}$	Si sostituisce il valore a cui tende la x nella funzione, se ottengo un numero quello è il valore del limite
Razionale fratta	numero	$\lim_{x\to -2} \frac{x-1}{2x+4}$	Si sostituisce il valore a cui tende la x nella funzione, se al numeratore ottengo un numero diverso da 0 e al denominatore 0 allora il limite è ∞ . Il segno dipende dal segno della frazione. Può essere necessario distinguere limite destro e limite sinistro (per il segno)
Razionale fratta	numero	$\lim_{x\to -2} \frac{x^2-4}{2x+4}$	Si sostituisce il valore a cui tende la x nella funzione, se al numeratore ottengo 0 e al denominatore 0 allora si tratta di una forma indeterminata. L'indeterminazione si toglie scomponendo in fattori sia il numeratore che il denominatore e semplificando. Se si presenta sempre una forma indeterminata si scompone di nuovo, fino a togliere l'indeterminazione. <u>Rivedere i vari metodi di scomposizione in fattori</u>
Razionale fratta	infinito	$\lim_{x\to -\infty} \frac{-4}{2x^2+4}$	Se al numeratore si ha un numero e il denominatore tende all'infinito allora la frazione tende a 0.
Razionale fratta	infinito	$\lim_{x\to -\infty} \frac{-4x^3+2x^2-2+1}{2x^2+4x-3}$	Se il numeratore e il denominatore tendono all'infinito allora si raccoglie il monomio di grado massimo sia al num. che al denom.
Irrazionale	finito	$\lim_{x\to 4} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$	Si sostituisce il valore a cui tende la x nella funzione
Irrazionale	finito	$\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$	Si sostituisce il valore a cui tende la x nella funzione, se ottengo la forma indeterminata 0/0 razionalizzo e poi semplifico, eliminando l'indeterminazione
Irrazionale	infinito	$\lim_{x\to -\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x^2-5x+1}}$ $\lim_{x\to -\infty} \sqrt{x^2+2x-3} - x$	Se è una forma indeterminata metto in evidenza la potenza di grado massimo oppure trasformo l'espressione con la razionalizzazione. Attenzione: ricordare che $\sqrt{a^2} = \lvert a \rvert$ Controllare che sia possibile cercare il limite della funzione.

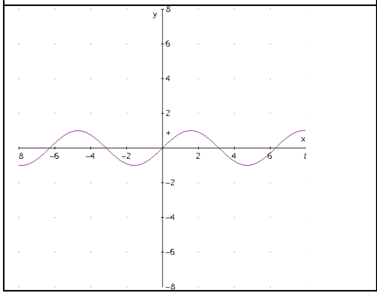
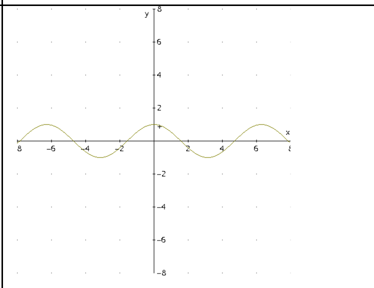
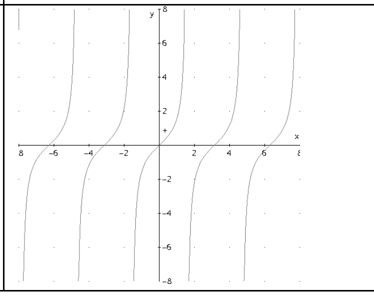
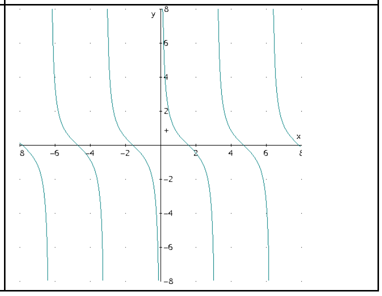
etc.

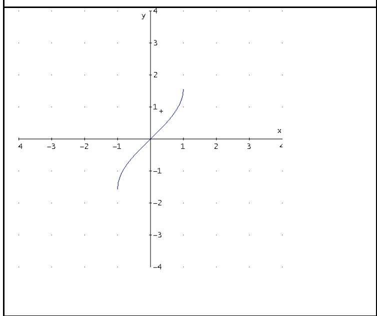
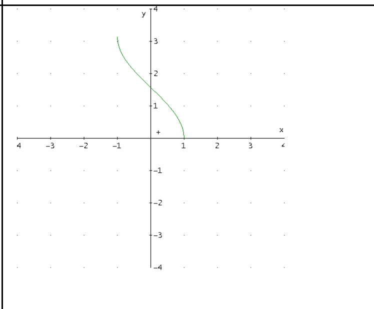
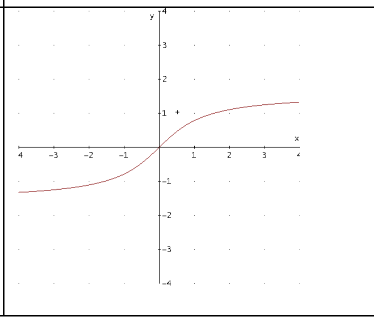
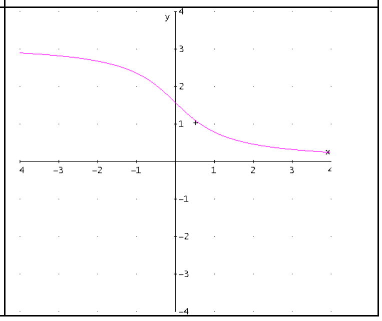
Limiti di funzioni elementari

Ricordare i grafici

$f(x) = x^n$ con n pari	$f(x) = x^n$ con n dispari	$f(x) = \sqrt[n]{x}$ con n pari	$f(x) = \sqrt[n]{x}$ con n dispari
			

$f(x)=a^x$ con a>1	$f(x)=a^x$ con 0<a<1	$f(x)=\log_a x$ con a>1	$f(x)=\log_a x$ con 0<a<1
			

$f(x)=senx$	$f(x)=\cos x$	$f(x)=tgx$	$f(x)=\operatorname{cotg} x$
			

$f(x)=arcsenx$	$f(x)=\arccos x$	$f(x)=arctgx$	$f(x)=arc\operatorname{cotg} x$
			

Limiti notevoli

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$	$\lim\limits_{f(x)\to\pm\infty}\left(1+\frac{1}{f(x)}\right)^{f(x)}=e$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{senx}{x}=1$	$\lim\limits_{f(x)\to 0}\frac{senf(x)}{f(x)}=1$
$\lim\limits_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x}=\ln a$	$\lim\limits_{f(x)\to 0}\frac{a^{f(x)}-1}{f(x)}=\ln a$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{2}$	$\lim\limits_{f(x)\to 0}\frac{1-\cos f(x)}{(f(x))^2}=\frac{1}{2}$
$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\log_a(1+x)}{x}=\log_a e$	$\lim\limits_{f(x)\to 0}\frac{\log_a(1+f(x))}{f(x)}=\log_a e$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{(1+x)^k-1}{x}=k$	$\lim\limits_{f(x)\to 0}\frac{(1+f(x))^k-1}{f(x)}=k$

Forme indeterminate

$\frac{0}{0}$ $\quad\frac{\infty}{\infty}$ $\quad 0\cdot\infty$ $\quad +\infty-\infty$ $\quad 1^\infty$ $\quad 0^0$ $\quad \infty^0$