3. La disequazione si può ricondurre alla forma $\sqrt[3]{A(x)} < B(x)$ o $\sqrt[3]{A(x)} > B(x)$ o $\sqrt[3]{A(x)} \leq B(x)$ o $\sqrt[3]{A(x)} \geq B(x)$

In questo caso, avendo a che fare con radicali di indice dispari (e precisamente di indice 3), la disequazione equivale a quella che si ottiene elevando i suoi due membri al cubo, senza necessità di porre particolari condizioni.

ESEMPIO **Disequazione della forma $\sqrt[3]{A(x)} < B(x)$**

Risolviamo la disequazione $\sqrt[3]{x} < x$.

$\sqrt[3]{x} < x$	Disequazione data
$x < x^3$	Elevando i due membri al cubo
$x^3 - x > 0$	Riscrivendo in forma normale
$x(x^2 - 1) > 0$	Raccogliendo x al primo membro

Studiando il segno dei due fattori otteniamo il seguente schema:

		-1		0		1		x
segno di x	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
segno di x^2-1	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
segno di $x(x^2-1)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Da esso deduciamo che la disequazione è soddisfatta per:

$$-1 < x < 0 \vee x > 1$$

4. L'incognita compare in più di un radicale quadratico

In questo caso per risolvere la disequazione occorre procedere similmente a quanto visto per le equazioni dello stesso tipo. Ti proporremo alcuni esempi nella parte di esercizi.

Prova tu **ESERCIZI a p. 53**

1. Risolvi le seguenti equazioni irrazionali.
   a. $\sqrt{1+x} = 4 - x$ $\left[\frac{9-\sqrt{21}}{2}\right]$
   b. $\sqrt[3]{2x} = 2\sqrt[3]{x+2}$ $\left[-\frac{8}{3}\right]$
   c. $\sqrt{x+1} + \sqrt{x} = \sqrt{x+2}$ $\left[\frac{-3+2\sqrt{3}}{3}\right]$

2. Risolvi le seguenti disequazioni irrazionali.
   a. $\sqrt{1-x^2} < 2x + 2$ $\left[-\frac{3}{5} < x \leq 1\right]$
   b. $\sqrt{x^2+1} > -7$ $[\forall x \in \mathbb{R}]$
   c. $\sqrt{2x+1} > x - 2$ $\left[-\frac{1}{2} \leq x < \sqrt{6} + 3\right]$
   d. $\sqrt{x+5} < -8$ [Impossibile]

8. Le equazioni e le disequazioni con valori assoluti

Introduzione

In questo paragrafo vogliamo affrontare le equazioni e le disequazioni contenenti almeno un valore assoluto nel cui argomento compare l'incognita.
Ricordiamo, anzitutto, la definizione di **valore assoluto di un numero reale**.

VALORE ASSOLUTO DI UN NUMERO REALE

Dato un **numero reale** x, si chiama **valore assoluto** (o **modulo**) di x, e si indica con il simbolo $|x|$, il numero reale così definito:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases} \qquad [1.7]$$