LIMITI GEOMETRICI DELL'INCOGNITA

La misura x dell'altezza del rettangolo può variare tra 0 e 1. Analizziamo i due *casi limite*, $x = 0$ e $x = 1$:

- se $x = 0$, allora $A \equiv D$ e $B \equiv C$ e il rettangolo degenera nel diametro del semicerchio (fig. 1.2);

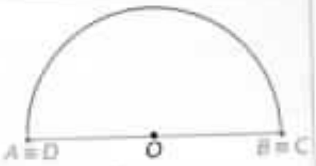

Figura 1.2

- se $x = 1$, allora $A \equiv B \equiv O$ e $C \equiv D$ e il rettangolo degenera nel raggio del semicerchio perpendicolare al diametro (fig. 1.3).

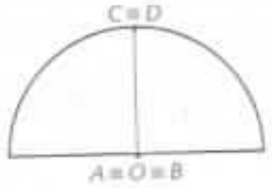

Figura 1.3

Poiché in entrambi i casi il rettangolo degenera in un segmento, scartiamo i casi limite e assumiamo come dominio dell'incognita l'intervallo $0 < x < 1$.

ESPRESSIONE DEL PERIMETRO DEL RETTANGOLO IN FUNZIONE DI x

Sappiamo già che $\overline{BC} = \overline{AD} = x$.

Dal teorema di Pitagora applicato al triangolo OBC (fig. 1.1), deduciamo:

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 2\overline{OB} = 2\sqrt{1 - x^2}$$

Quindi il perimetro del rettangolo $ABCD$ in funzione di x è dato dall'espressione:

$$2x + 4\sqrt{1 - x^2}$$

RICERCA DEI VALORI DI x PER CUI IL PERIMETRO È MINORE O UGUALE A $3\sqrt{2}$

I valori di x per cui il perimetro è minore o uguale a $3\sqrt{2}$ sono quelli che soddisfano il sistema:

$$\begin{cases} 0 < x < 1 & \text{Dominio dell'incognita} \\ 2x + 4\sqrt{1 - x^2} \leq 3\sqrt{2} & \text{Condizione sul perimetro} \end{cases}$$

Risolvendolo, troviamo che deve essere: $0 < x \leq \dfrac{\sqrt{2}}{10} \vee \dfrac{\sqrt{2}}{2} \leq x < 1$

Riflettiamo sullo schema logico con cui abbiamo affrontato il problema:

1. abbiamo costruito una figura che illustra il problema e abbiamo scelto l'incognita;
2. abbiamo studiato i limiti geometrici dell'incognita;
3. abbiamo espresso la misura della grandezza oggetto del problema in funzione dell'incognita;
4. abbiamo risolto il sistema di disequazioni che costituisce il modello algebrico del nostro problema.

Nel prosieguo del corso affronteremo i problemi geometrici sempre secondo questo schema logico: ciò che cambierà sarà il modello algebrico del problema, che potrà di volta in volta essere costituito da un'equazione, una disequazione oppure, come vedremo più avanti, una funzione di cui dovremo tracciare il grafico o individuare i punti di massimo o di minimo.

Prova tu

ESERCIZI a p. 64

In un trapezio rettangolo non degenere $ABCD$, la diagonale minore AC è perpendicolare al lato obliquo BC. La base maggiore AB misura 10. Quali valori può assumere la base minore, affinché l'altezza del trapezio sia maggiore o uguale alla metà del lato obliquo?

[Indicata con x la misura della base minore, deve essere $\frac{5}{2} \leq x < 10$]