

Disequazioni contenenti più valori assoluti

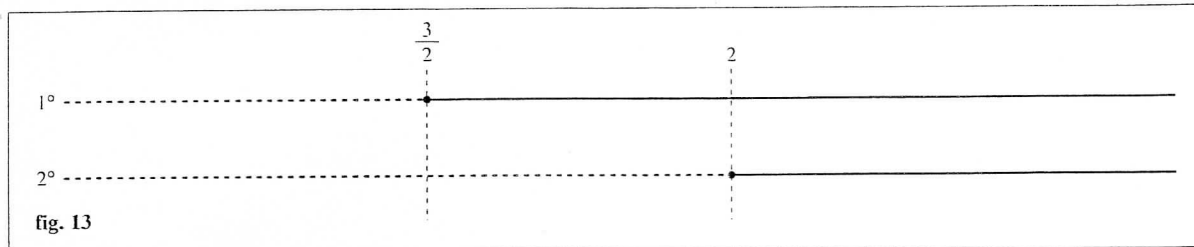
$$|2x - 3| + |x - 2| > 4$$

a) Esaminiamo la positività degli argomenti contenenti valori assoluti.

1) $2x - 3 \geq 0$ per $x \geq \frac{3}{2}$

2) $x - 2 \geq 0$ per $x \geq 2$

b) Riassumiamo in un grafico gli intervalli di positività.



Per $x < \frac{3}{2}$ entrambi gli argomenti dei valori assoluti sono negativi.

Per $\frac{3}{2} < x < 2$ l'argomento del 1° valore assoluto è positivo, quello del 2° è negativo.

Per $x > 2$ entrambi gli argomenti dei valori assoluti sono positivi.

La soluzione della disequazione sarà l'unione delle soluzioni dei tre sistemi:

$$1) \begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ 3 - 2x + 2 - x > 4 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{3}{2} < x \leq 2 \\ 2x - 3 + 2 - x > 4 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x > 2 \\ 2x - 3 + x - 2 > 4 \end{cases}$$

da cui

$$1) \quad x < \frac{1}{3} \quad 2) \quad \text{impossibile} \quad 3) \quad x > 3$$

La disequazione è verificata per

$$x < \frac{1}{3} \quad \vee \quad x > 3$$

ossia

$$I = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (3; \infty)$$

Risolvi le seguenti equazioni e disequazioni con i valori assoluti.

$$|x^2 - 9| = 8x$$

$$[x = 1, x = 9]$$

$$|x|x + 5| < 2x^2$$

$$[x < 0 \vee x > 5]$$

$$|x + 2| = |5x - 6|$$

$$\left[x = 2, x = \frac{2}{3}\right]$$

$$|x^2 - 4| - |x - 2| \geq 0$$

$$[x \leq -3 \vee x \geq -1]$$

$$|2x + 1| + |x - 8| = x + 7$$

$$[\forall x \in \mathbb{R}]$$

$$|x + 1| > |4x - 2| + 2x$$

$$\left[\frac{1}{3} < x < \frac{3}{5}\right]$$