2) $y = f(x)$

a) $f'(x) \leq 0$ la derivata è negativa negli intervalli
$(-\infty; -3] \cup [-1, 1] \cup [3, +\infty)$
estremi inclusi dove $f'(x) = 0$; nei punti interni degli intervalli $f' < 0$ perché f è decrescente

b) $\lim_{x \to 2} \frac{f(x)}{x^3 - 2x - 4} = \frac{0}{0}$ F.I.

Posso applicare TEOREMA HÔPITAL $\overset{H}{=} \lim_{x \to 2} \frac{f'(x)}{3x^2 - 2}$

Per trovare $f'(2)$ calcolo m della retta tangente (retta blu).

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8}{2} = +4$$

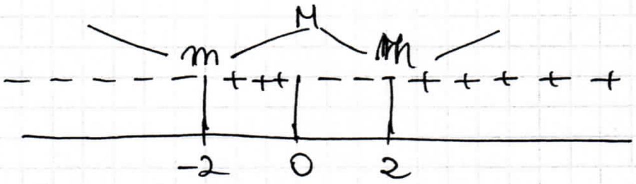
quindi $\lim_{x \to 2} \frac{f'(x)}{3x^2 - 2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

c) $y = g(x)$

$g'(x) = f(x)$ $f(x)$ è la derivata di $g(x)$ $g(3) = 4$

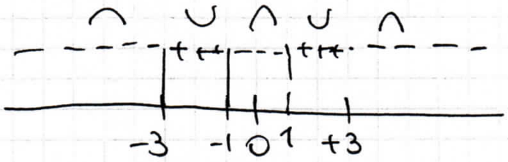
Gli estremi relativi di $g(x)$ sono punti di max, min e si trovano dove la sua derivata si annulla, quindi per $x = -2$, $x = 0$, $x = 2$.

Segno di $g'(x)$

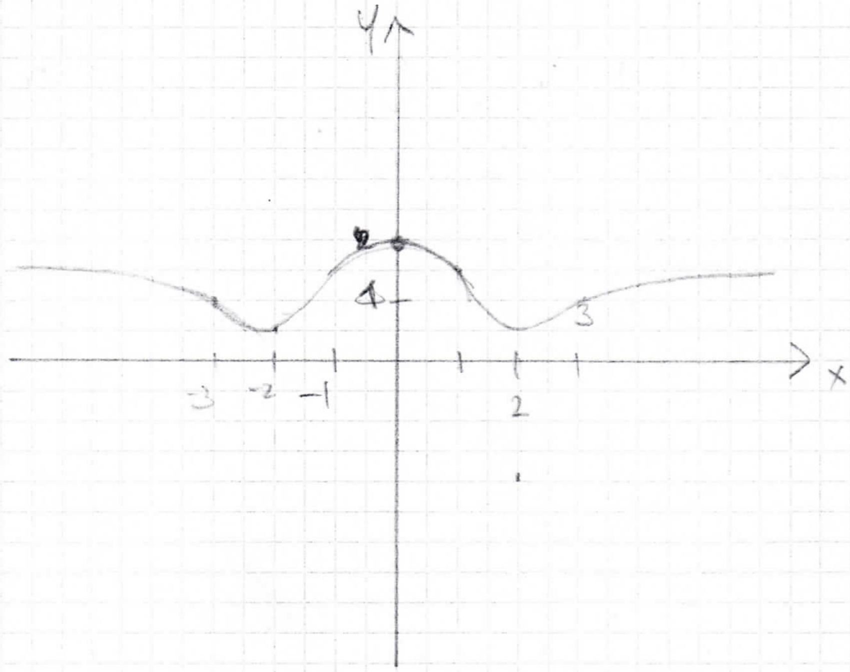


la funzione $g(x)$ ha un Massimo in $x = 0$ e due minimi in $x = -2$ e $x = 2$. La $g(x)$ è una funzione pari in quanto la sua derivata è dispari.
Dove $g'(x)$ è crescente la funzione $g(x)$ è convessa
dove $g'(x)$ è decrescente la funzione $g(x)$ è concava
• infatti $g''(x) = (g'(x))' = f'(x)$

$g''(x)$



Quindi $x = \pm 3$ e $x = \pm 1$ sono punti di flesso per $g(x)$.



d) la bisettrice del 2° e 4° quadrante ha $m = -1$
Quindi intersecando $y = f(x)$ con $y = -1$ si vede
che ci sono 4 punti in cui la tangente ha coeff. angolare
$m = -1$.

Non esistono invece punti in cui la tangente ha coeff. angolare $m = 4$ perché $y = f(x)$ e $y = 4$ non hanno punti di intersezione.

e) $y = [g(x)]^2$ equazione tangente per $x = 3$

$y' = 2[g(x)] \cdot g'(x)$ $\qquad g(3) = 4$, $g'(3) = 2$

$y' = 2 \cdot 4 \cdot 2 = 16$ quindi $m = 16$

$x_0 = 3$
$y_0 = [4]^2 = 16$ $\qquad y - 16 = 16(x-3)$

$y = 16x - 48 + 16$

$y = 16x - 32$